労働経済II

第4回
企業の行動と労働需要

労働需要の発生源

労働需要のデータ

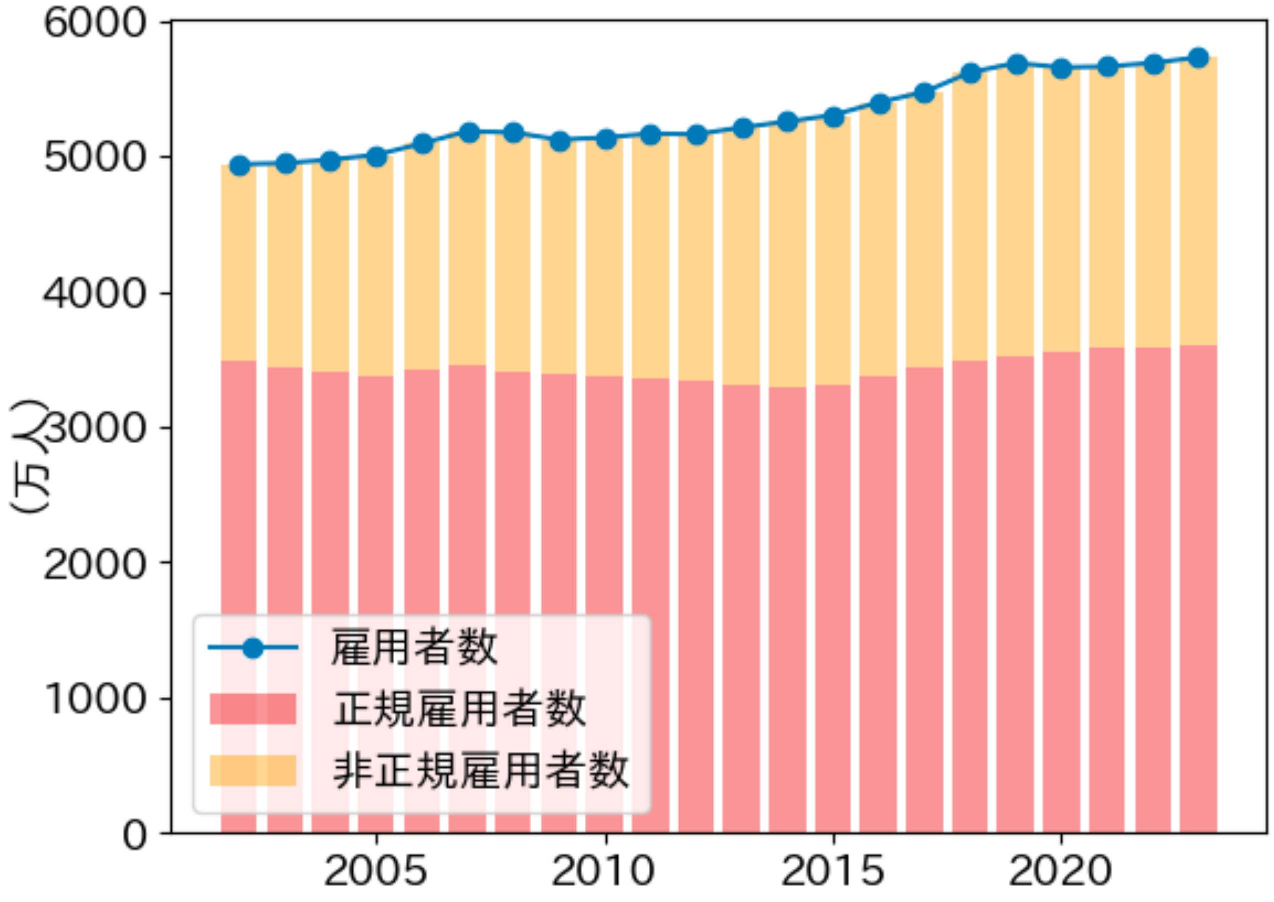
労働需要を見るには、企業に実際雇われている人の数を見れば良い。

例えば、

- 経済センサス（事業所・企業統計調査）
- 労働力調査

など

上昇トレンド



右図は雇用者のみであることに注意。
実際には自営業者なども働いている人に入る。

出典：労働力調査

労働需要

ちなみに、総雇用者数のうち、

- 製造業は約1/6
- サービス業は約4/6

程度。まだまだサービス業は増えている。

- かつては製造業に従事する割合はもっと多かった（約1/4）
- 経済成長とともにサービス業への労働部門シフトが発生したと考えられる

労働需要は生産から

経済に生産活動がないと、そもそも労働は必要とされない。

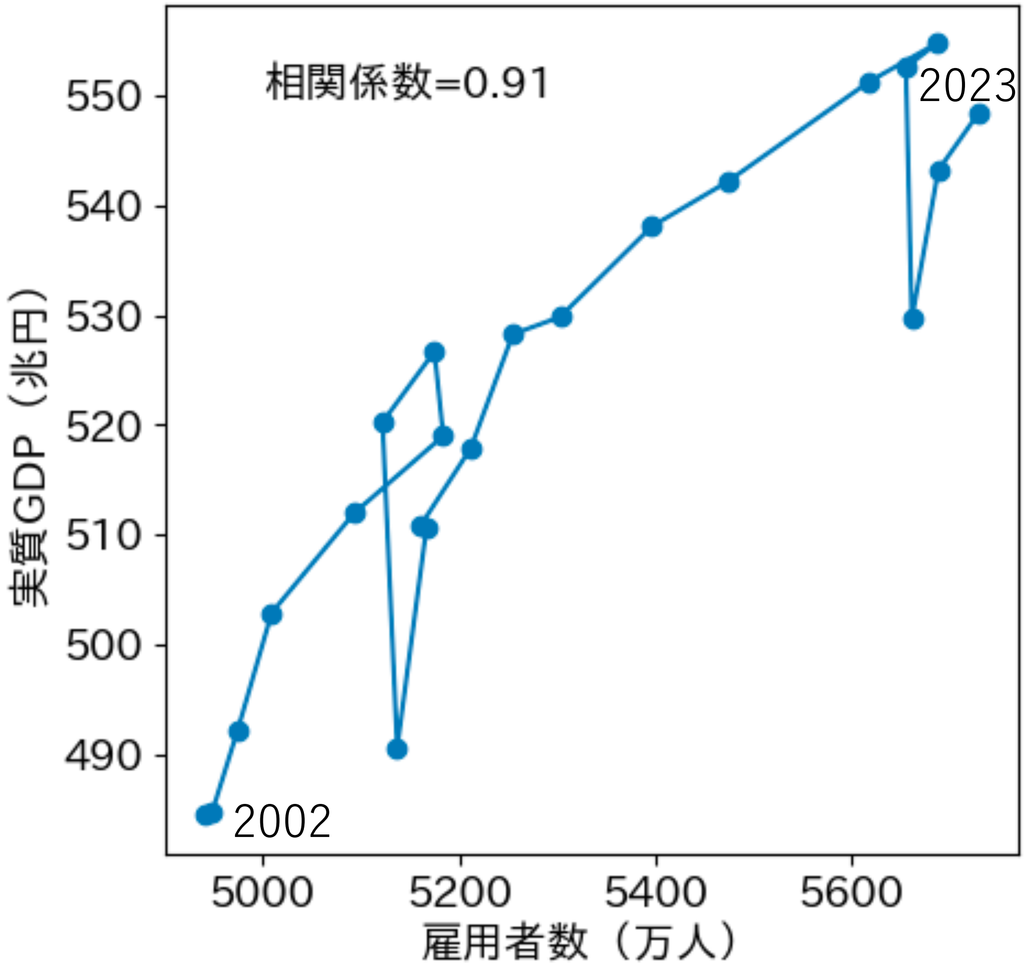
労働需要が生産活動によって引き起こされることを、

という。

生産と労働需要

労働需要が生産によって喚起されるものであることは、GDPとの相関からも見て取ることができる。

（相関なので、直接の証拠ではない）



労働需要を数理的に分析する

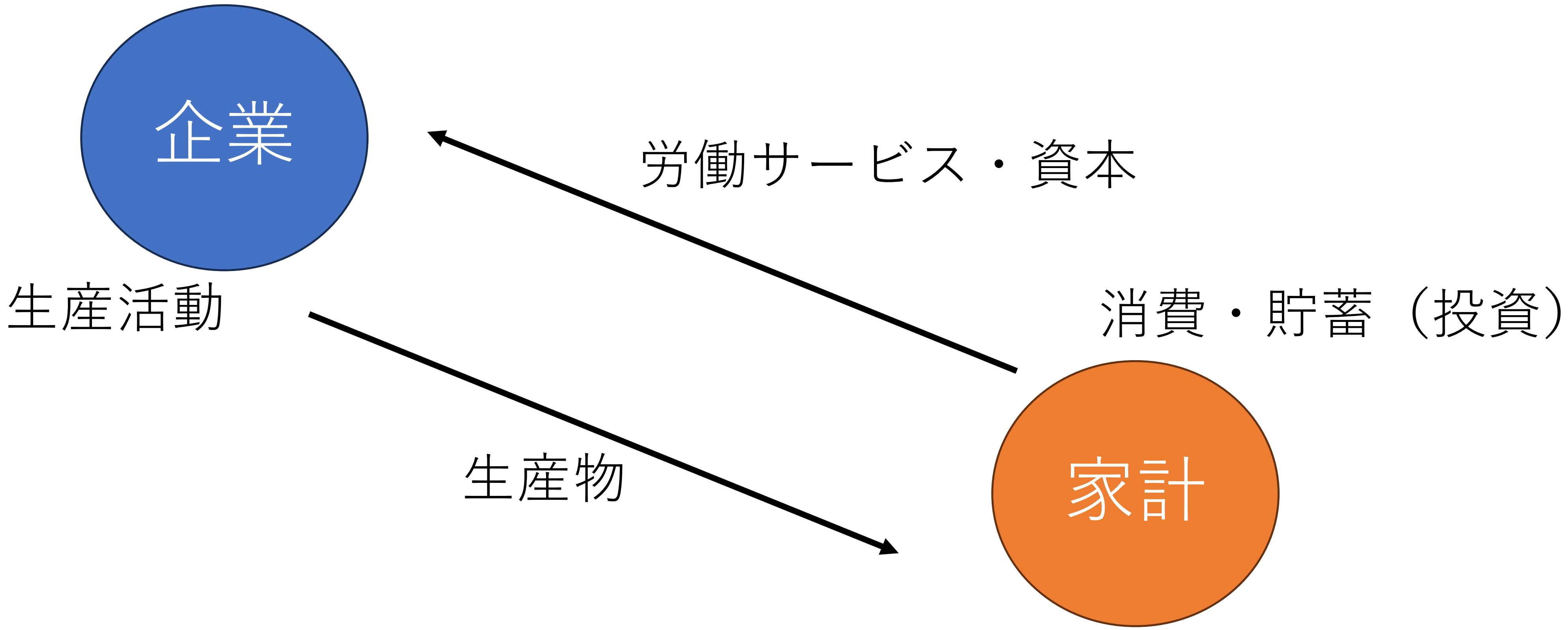
これらの基本的な事項をもとに、経済学では労働需要を生産面から捉える。

キーは

である。

労働需要の数理モデル

生産活動



生産活動の仮定

経済学では、問題分析を簡単にするためにいくつかの仮定をおいている。この講義では、基本的に次の仮定をおく。

1. 生産する財は１種類だけ（一般財）
2. 生産要素は労働と資本によって賄われる。

それなりに強い仮定だが、いくつかの言い訳は用意されていて、実際に分析に用いるのに大きな問題はないことが多い。

1. 生産財は1種類だけ

生産財とは、経済に存在する企業が生産する財（あるいはサービス）のこと。ただ、財は現実には無数に存在する。

- コメ、カボチャ、服、パソコン、掃除機など

一方で、無数の財を扱うのは困難なので、ここでの分析では、

一般財

だけを生産していると考える。

一般財は、

- 消費できる（食べられる）し、保存する（貯蓄する）こともできる。
- 将来の生産のために資本として扱うこともできる。

2. 生産要素は労働と資本

例えばコメを生産するときに、様々な生産に必要なものがある。

- 田んぼ、クワ、脱穀機、コンバイン、労働など

これらのうち、労働と土地以外でモノの生産に必要なものを全部ひっくるめて、

資本

と呼ぶ。

企業は生産活動に、労働と資本のみを用いると仮定する。

生産関数

企業は資本と労働を生産要素として用いて、一般財を生産する。

この関係を、生産関数を用いて表す。

$$Y = F(L, K)$$

$$\frac{\partial F(L,K)}{\partial L} > 0, \frac{\partial F(L,K)}{\partial K} > 0,$$

F：生産関数
Y：一般財の生産量
L：労働量
K：資本量

企業の最適化

- 企業はYだけの財を価格Pで売る。
- 労働Lを借りるには、1単位あたりwだけの賃金を払う。
- 資本Kを借りるには、1単位あたりrだけの利子を払う。
- これらの価格P, w, rは企業にとっては所与である。（プライステイカーの仮定）

このとき、企業は

利潤＝売上ー生産費用

を最大にするように労働、資本の投入量（L, K）を決める。

利潤関数

利潤をπで表そう。

企業の売り上げは、

$$売上 = PY = PF(L, K)$$

であり、企業の生産費用は、

$$生産費用 = wL + rK$$

利潤は、LとKの関数として表せるので、利潤関数と呼ぶことができ、次のようになる。

$$\underbrace{\pi(L, K)}_{利潤} = \underbrace{PF(L, K)}_{売上} - \underbrace{(wL + rK)}_{生産費用}$$

短期の労働需要

資本と労働の調整速度

労働は資本と比べて、投入量が変化させやすいとしよう。

このとき、短期的には資本は一定で、企業は労働量だけを調整しているとみなすことができる。

いま、資本投入量は$\bar{K}$で一定だとしよう。

このとき、利潤関数は

$$\pi(L) = PF(L, \bar{K}) - (wL + r\bar{K})$$

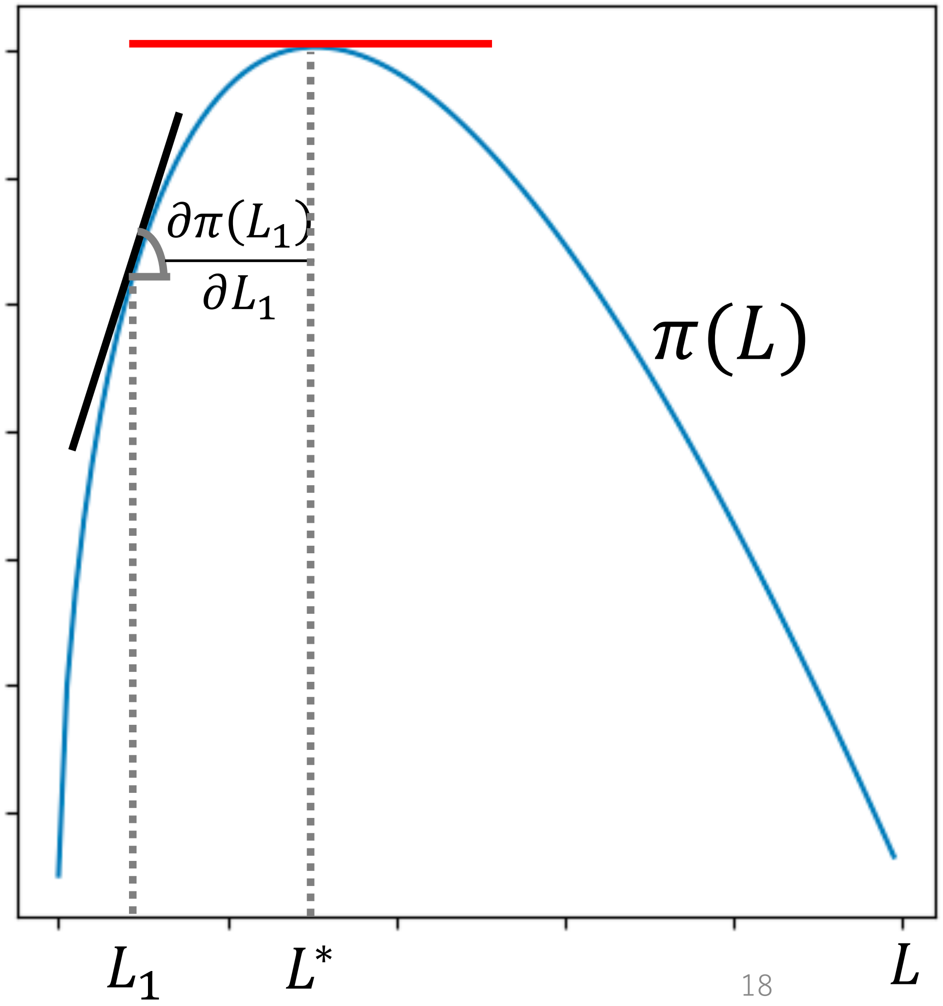
1変数関数の最大化

1変数関数の最大化問題は、変数で微分したものをゼロと置くことが

と呼ばれるものであった。

（復習）

- 微分係数は接線の傾き
- 最大値または最小値では、微分係数がゼロ



労働の限界生産性と最適性

利潤関数をLに関して微分して0とおくと、

$$\frac{\partial \pi(L)}{\partial L} = P\frac{\partial F(L,\bar{K})}{\partial L} - w = 0$$

いま、

$$\frac{\partial F(L,K)}{\partial L} \equiv MP_L(L)$$

とする。 $MP_L(L)$は労働の限界生産性と呼ばれる。

⇩

労働を1単位増やした時に増える生産量

どう解釈する？

- $P\times MP_L(L)$は、 Lを1単位増やしたときの

  価格×増加した生産量 = 増加した売上

- 一方、 Lを1単位増やせばwだけのコストが増加する。

つまり、最適な労働量L^*のときには、Lを1単位増やした時に

となっているということ。

売上増≠コスト増の場合

追加的なLを1単位投入することによって：

- 売上増>コスト増の場合

労働Lを追加的に1単位増やせば、コストを上回る売上を上げることができるので、より大きいLを選ぶことが最適。

- 売上増<コスト増の場合

労働Lを追加的に1単位減らせば、コスト削減が売上の減少を上回るので、より小さいLを選ぶことが最適。

最適な労働量では

売上増=コスト増

労働需要関数

最適なLの条件を書き換えれば、

$$MP_L(L) = \frac{w}{P}$$

これは、企業は「労働の限界生産性が実質賃金と等しくなるように労働量Lを需要する」と考えることもできる。

この条件式をLについて解いたものが、

企業はこの条件式に基づいて労働をどれほど需要するか決めているため。

労働需要関数：例

企業の生産関数をコブ・ダグラス型と仮定しよう。

$$F(K,L) = K^{\alpha}L^{1-\alpha}, \qquad (0 < \alpha < 1)$$

いま、$K = \bar{K}$で一定である。このとき、

$$MP_L = \frac{\partial F(\bar{K},L)}{\partial L} = (1-\alpha)\left(\frac{\bar{K}}{L}\right)^{\alpha}$$

労働需要関数：例（続き）

企業が利潤を最大化するための条件は、

$$MP_L = \frac{w}{P} \quad \Longrightarrow \quad (1-\alpha)\left(\frac{\bar{K}}{L}\right)^{\alpha} = \frac{w}{P}$$

労働需要関数:

労働需要曲線と逆労働需要曲線

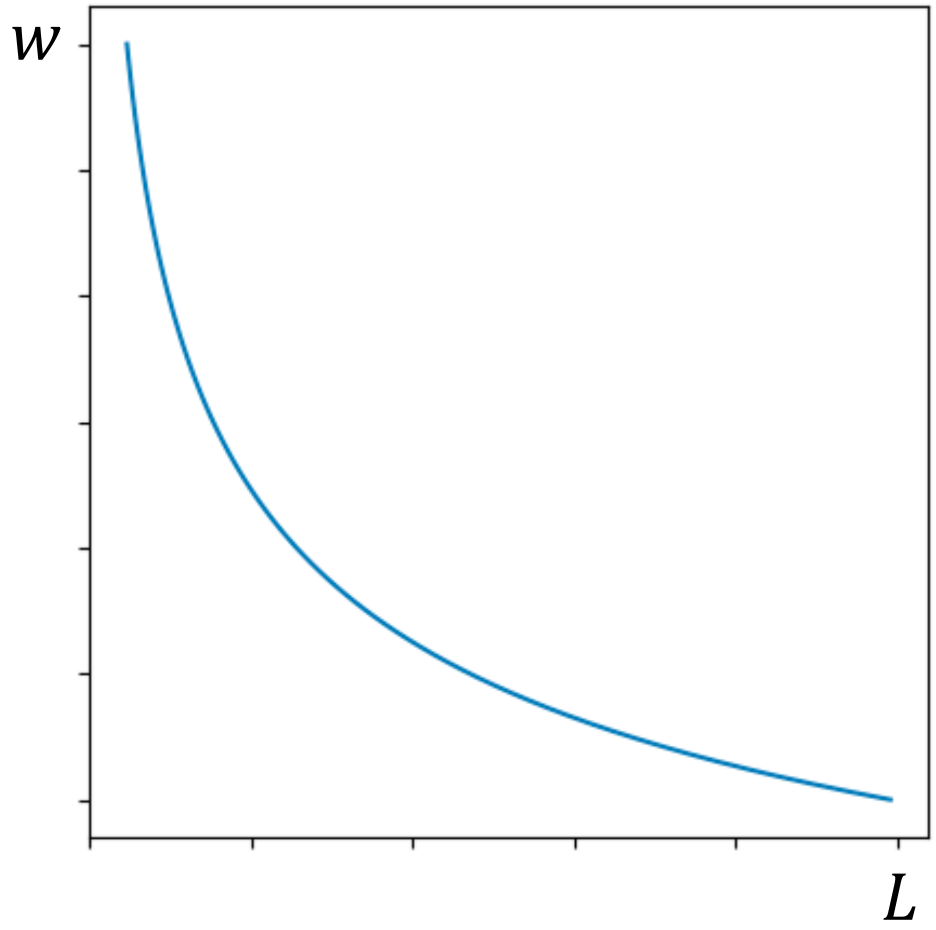
労働需要曲線は、

$$L = \left(\frac{(1-\alpha)P}{w}\right)^{\frac{1}{\alpha}}\overline{K}$$

逆労働需要曲線は、

$$w = (1-\alpha)P\left(\frac{\overline{K}}{L}\right)^{\alpha}$$

$L\uparrow$で$w\downarrow$の右下がりの関係。

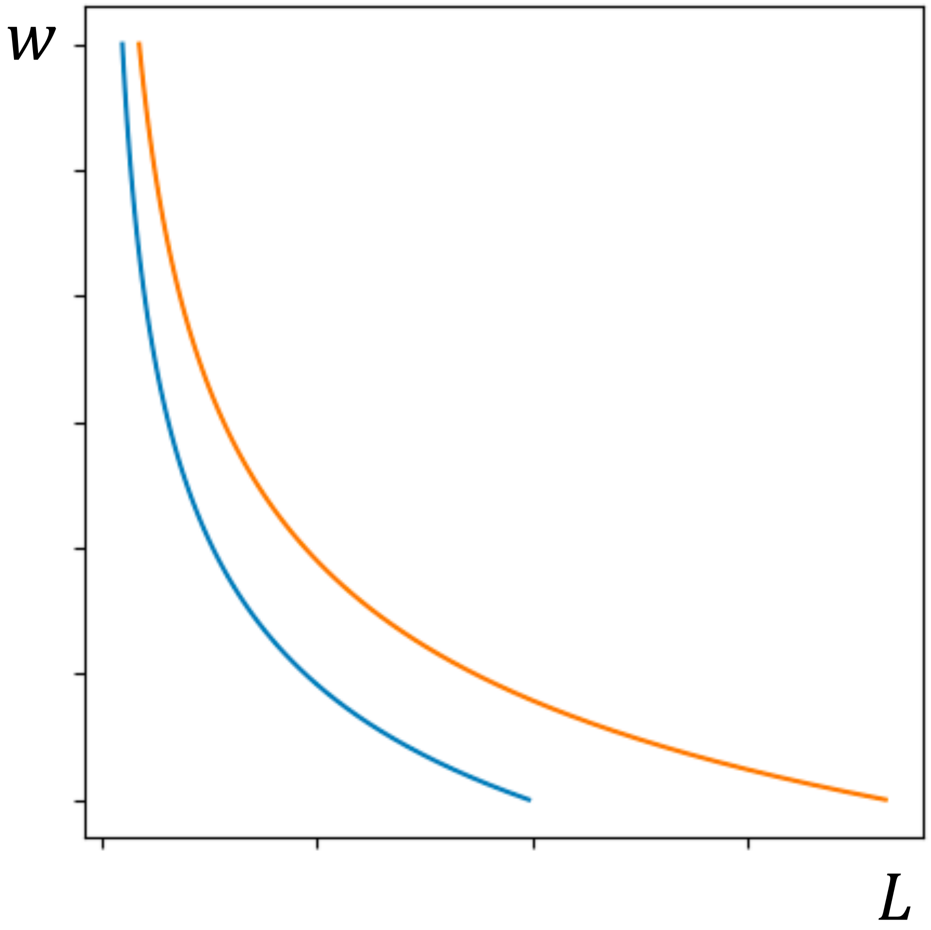


比較静学

逆労働需要曲線は、

$$w = (1-\alpha)P\left(\frac{\overline{K}}{L}\right)^{\alpha}$$

- $P\uparrow$で右シフト
  - 実質賃金の減少で、労働者を雇いやすくなる。
- $\overline{K}\uparrow$で右シフト
  - 設備が増えるので、人員を配置しやすくなる。



長期の労働需要

労働量&資本量の選択

企業は、長期的には

- 労働投入量Lを変化させる

&

- 資本投入量Kを変化させる
  - 設備投資や在庫投資の調整

長期的には、利潤を最大にするような

を選択する。

等量曲線

利潤関数は、

$$\pi(L,K) = PF(L,K) - (wL + rK)$$

であった。

いま、企業が

$$F(L,K) = Y, \qquad （Yは一定）$$

だけの生産目標を立てているとしましょう。

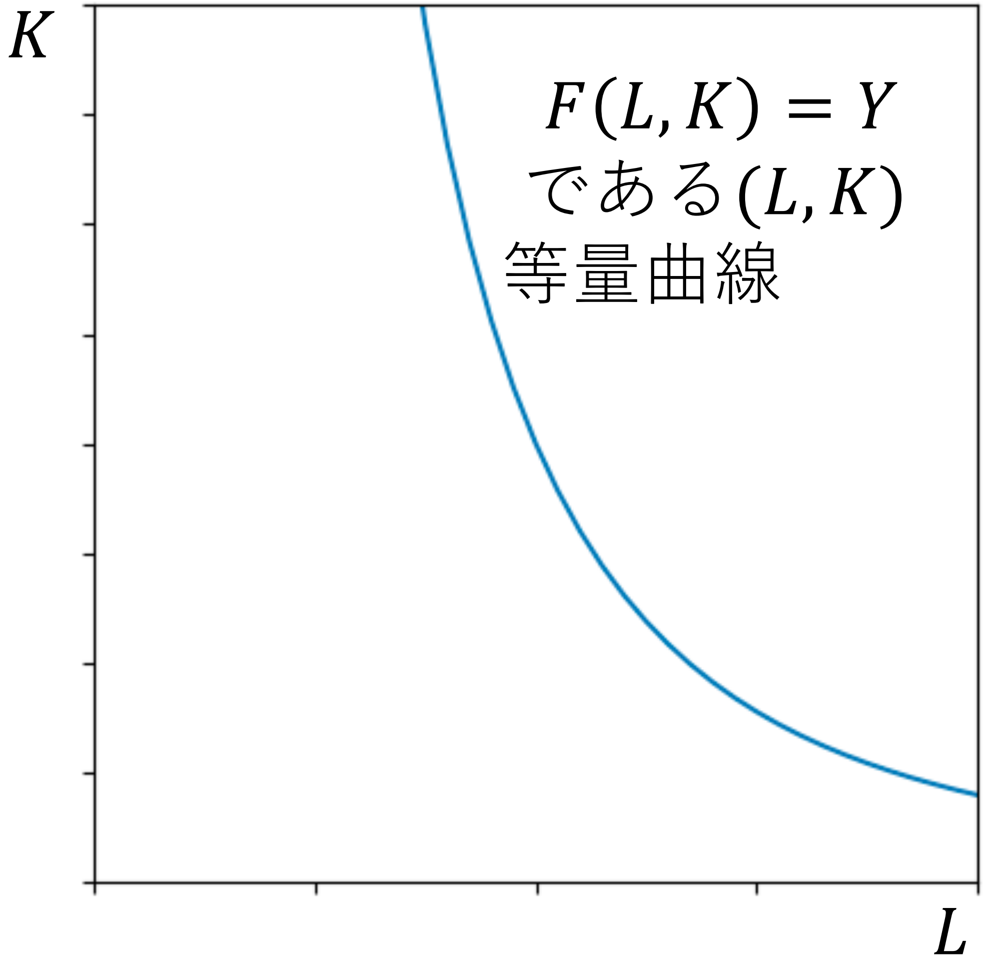
これを満たすようなL,Kの組み合わせを、

という。

等量曲線の図例

等量曲線は、 (L,K)平面に図示すると、右下がりの曲線。

この線上であれば、常に生産量
Y
を達成できる。



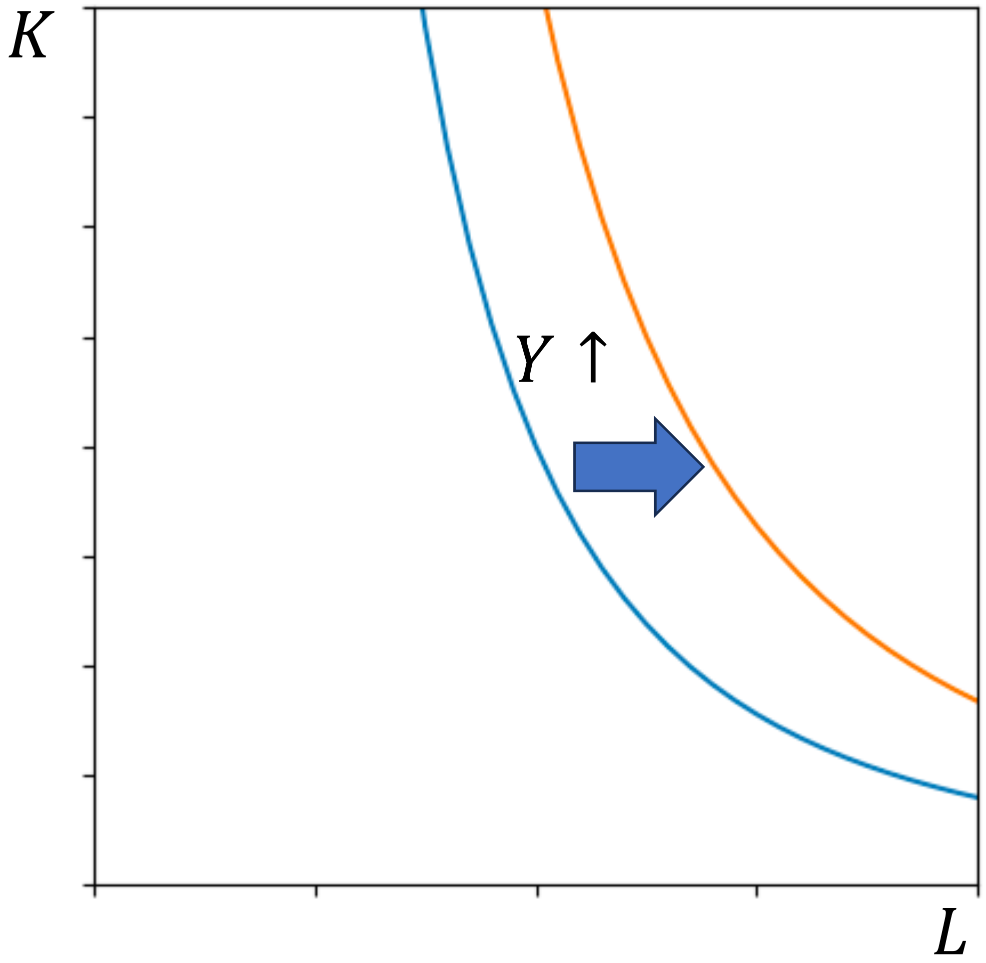
等量曲線の性質

生産量Yが大きくなれば、必要な投入要素の量は増える。

等量曲線右シフト

右上に行くほど、生産量の多い等量曲線になる。

実は、無差別曲線と同じような性質を持っている。



生産量目標から生産費用へ

生産量がYのとき、売上は

$$PY$$

ここからは、どれだけ生産費用を安くできるかで、利潤

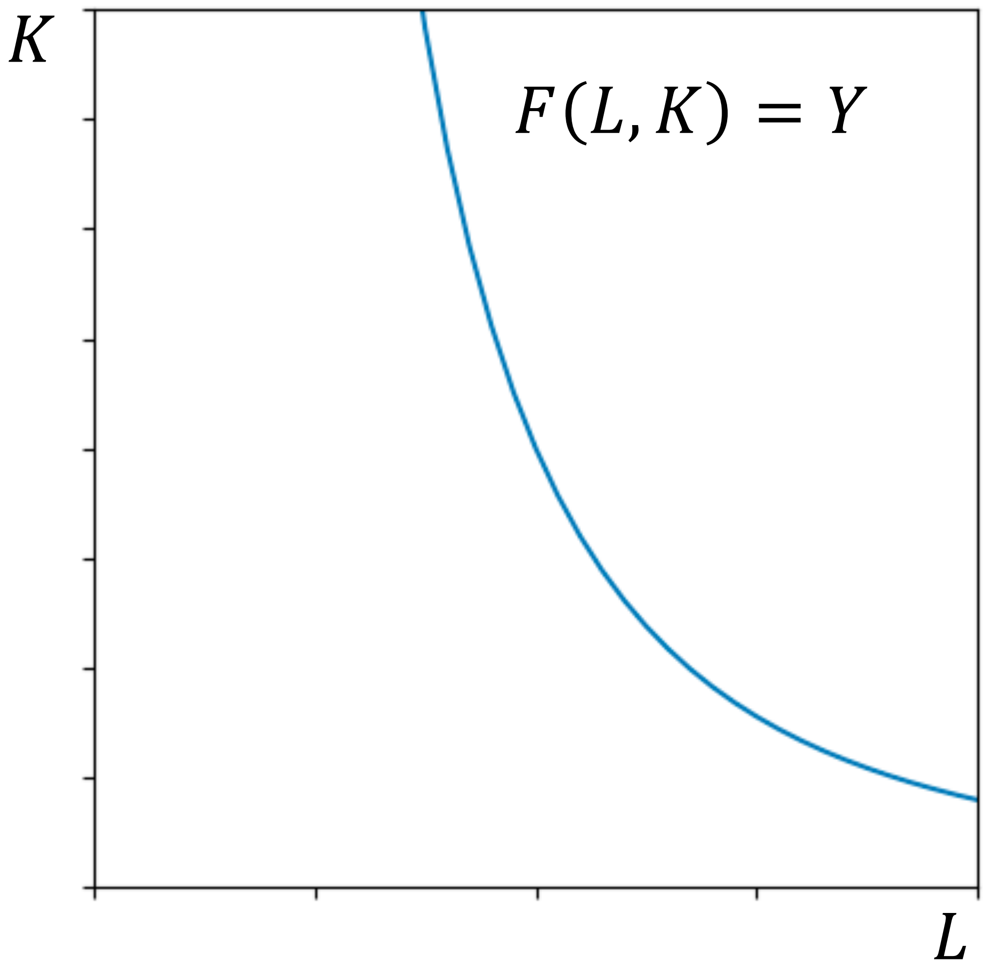
$$\pi = PY - \text{生産費用}$$

が決まる。

生産費用をCと書けば、

$$C = wL + rK$$

Cはどれだけ労働Lと資本Kを投入するかによって決まる。



等費用線

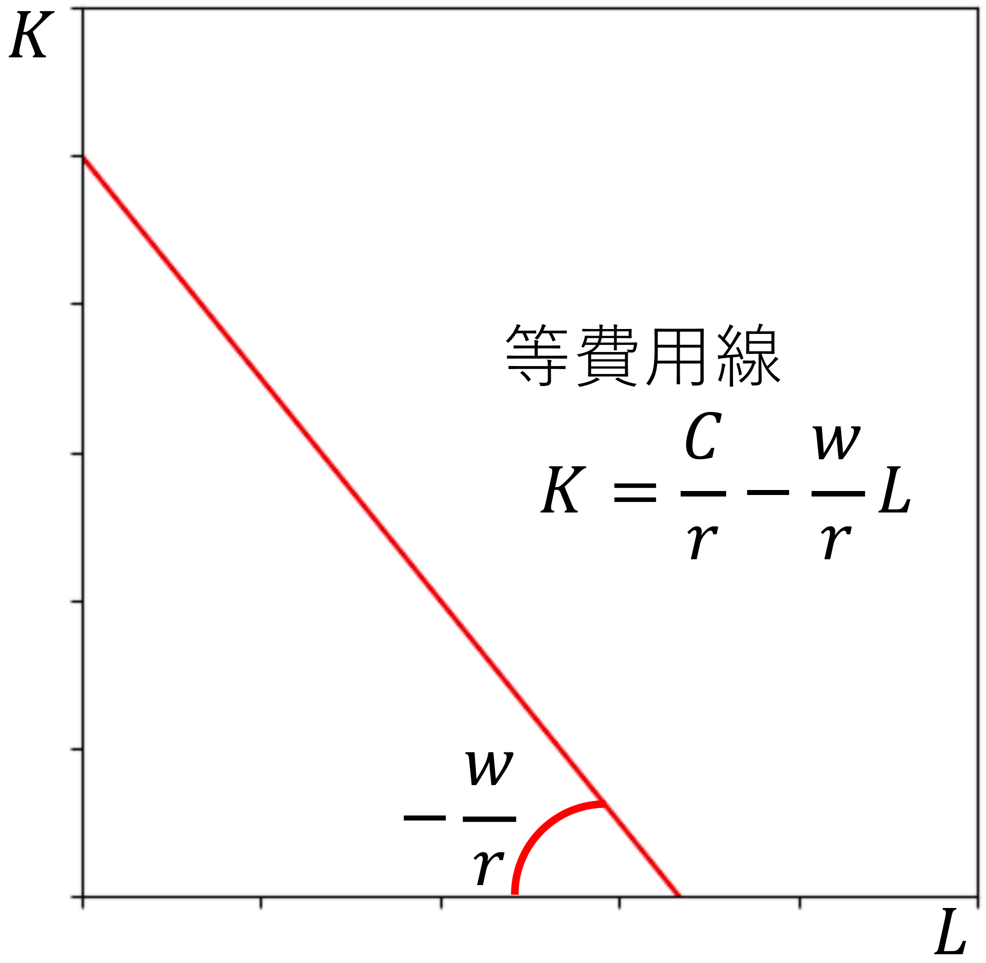
いま、 ある生産費用CとなるようなL, Kの組み合わせを(L, K)平面へ描こう。

これは、次の式から、傾きが負の直線であることがわかる。

$$K = \frac{C}{r} - \frac{w}{r}L$$

これを、生産費用がCの時の等費用線という。

より小さいCを選べば、左下にシフトする。



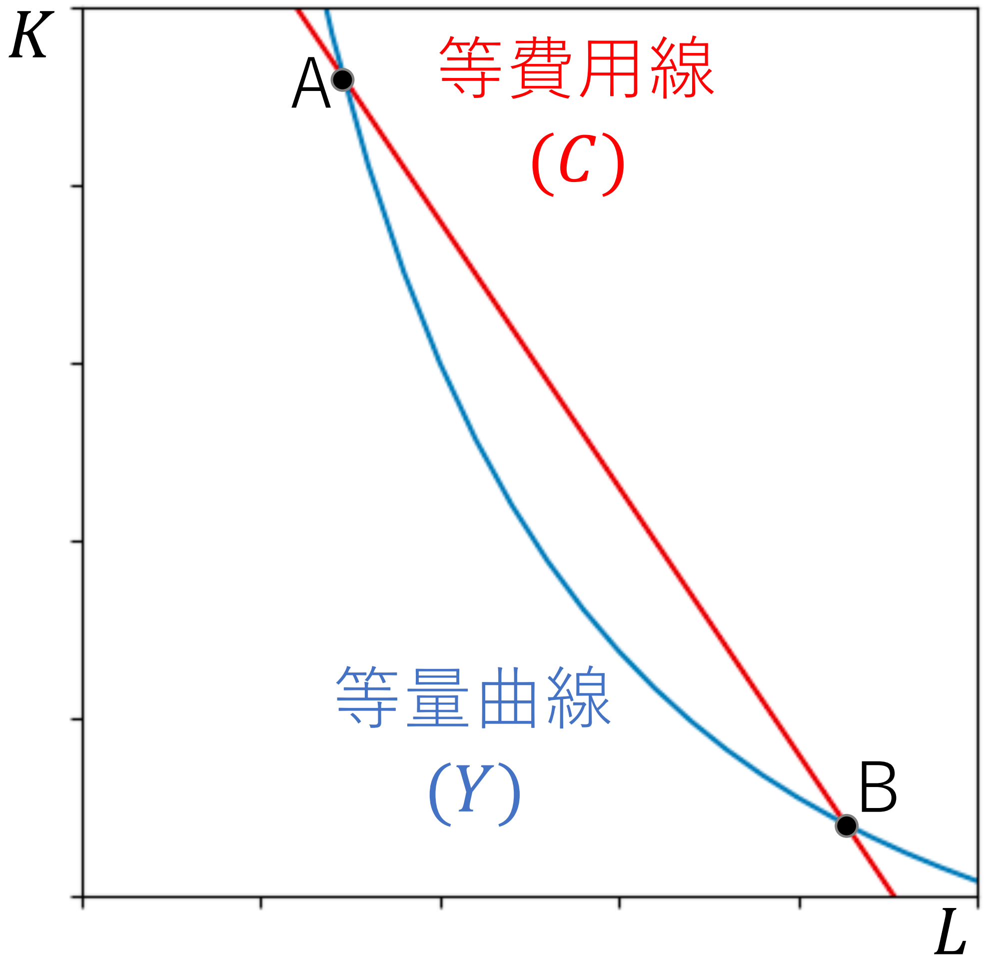
等量曲線と等費用線

- 等量曲線
- 等費用線

を図示したもの。

A点、B点は費用Cで達成可能である

ただし、もっと費用を下げれそう。



最適な労働量、資本量

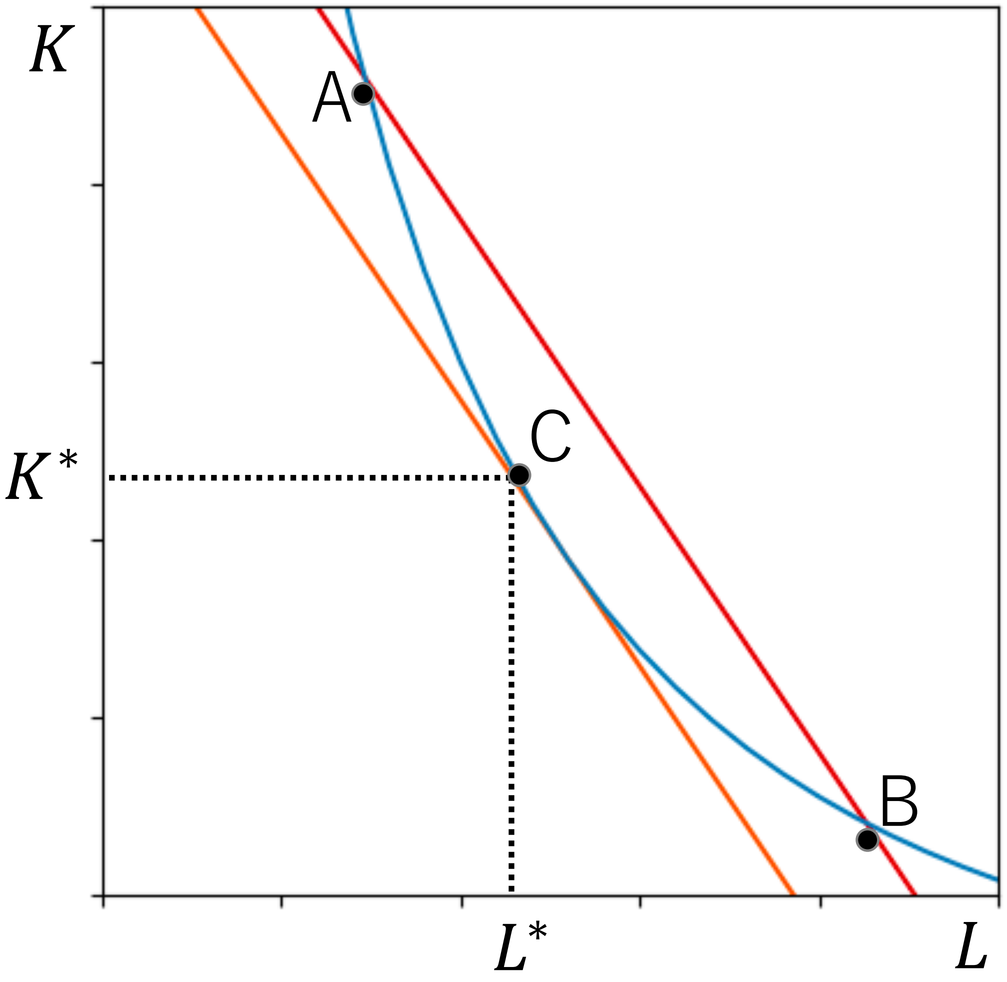
等費用線が等量曲線と接する点が最適なL, Kの組み合わせ。(L^{*}, K^{*})

これは、

費用曲線の傾きの大きさ(w/r)

＝等量曲線の傾きの大きさ

となるところで決まる。



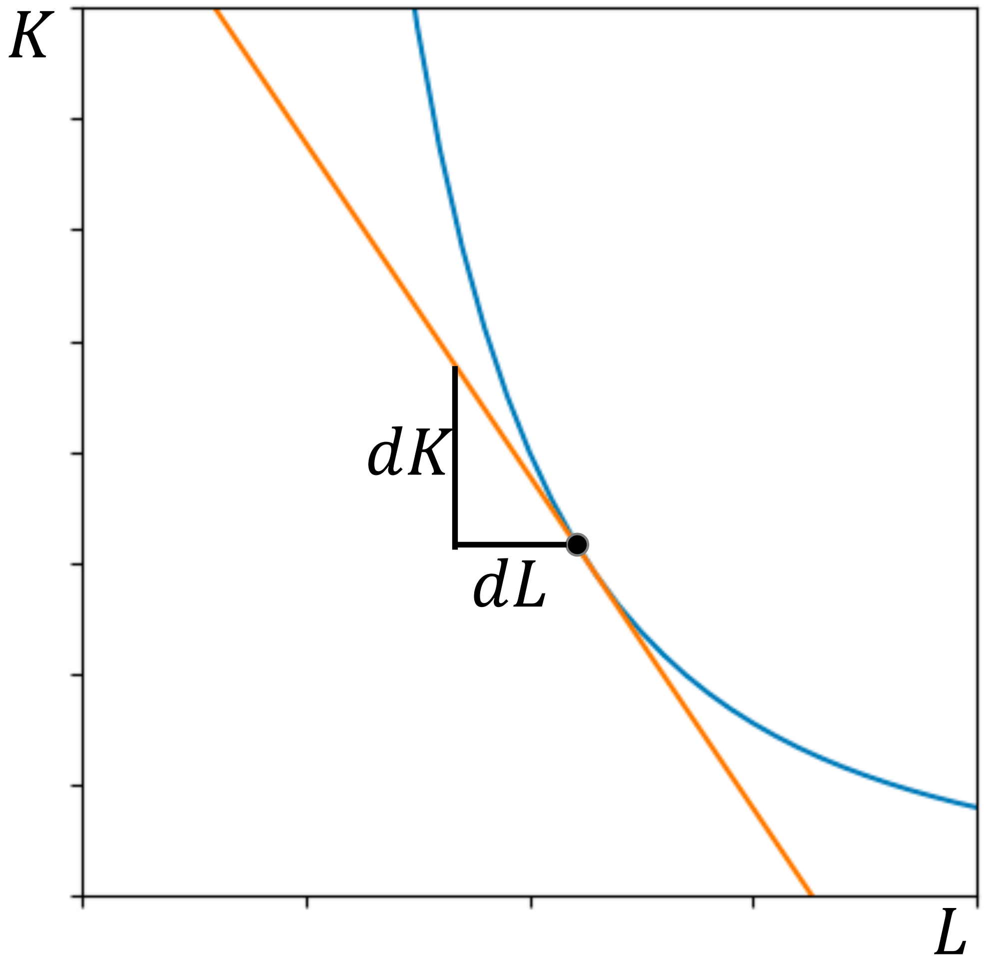
等量曲線の傾きの大きさ

等量曲線の接線の傾きは、次のように計算できる。

$$\frac{dK}{dL} = \frac{\left(\frac{dF(L,K)}{dL}\right)}{\left(\frac{dF(L,K)}{dK}\right)} = \frac{MP_L}{MP_K}$$

MP_L：労働の限界生産性

MP_K：資本の限界生産性



最適生産のための条件

まとめると、

企業が利潤最大化をしているのならば、L^*, K^*は次の条件を満たすように決定する。

$$\frac{MP_L}{MP_K} = \frac{w}{r}$$

この条件と $F(L, K) = Y$をもとに、最適なL^*, K^*が計算される。

長期労働需要の導出例

企業の生産関数を

$$F(L,K) = K^{\alpha}L^{1-\alpha}$$

としよう。

いま、$F(L,K) = Y$、つまり$K^{\alpha}L^{1-\alpha} = Y$、であるとき、最適な労働、資本の投入量は、

$$\frac{MP_L}{MP_K} = \frac{w}{r}$$

$$\frac{1-\alpha}{\alpha}\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha}\left(\frac{K}{L}\right)^{1-\alpha} = \frac{w}{r}$$

長期労働需要の導出例 (count.)

整理すれば、

$$\frac{K}{L}=\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{w}{r} \Longrightarrow K=\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{w}{r}L$$

これを、 $K^{\alpha}L^{1-\alpha}=Y$に代入すれば、

$$\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{w}{r}L\right)^{\alpha}L^{1-\alpha}=Y$$

$$L=\left[\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)\frac{r}{w}\right]^{\alpha}Y$$

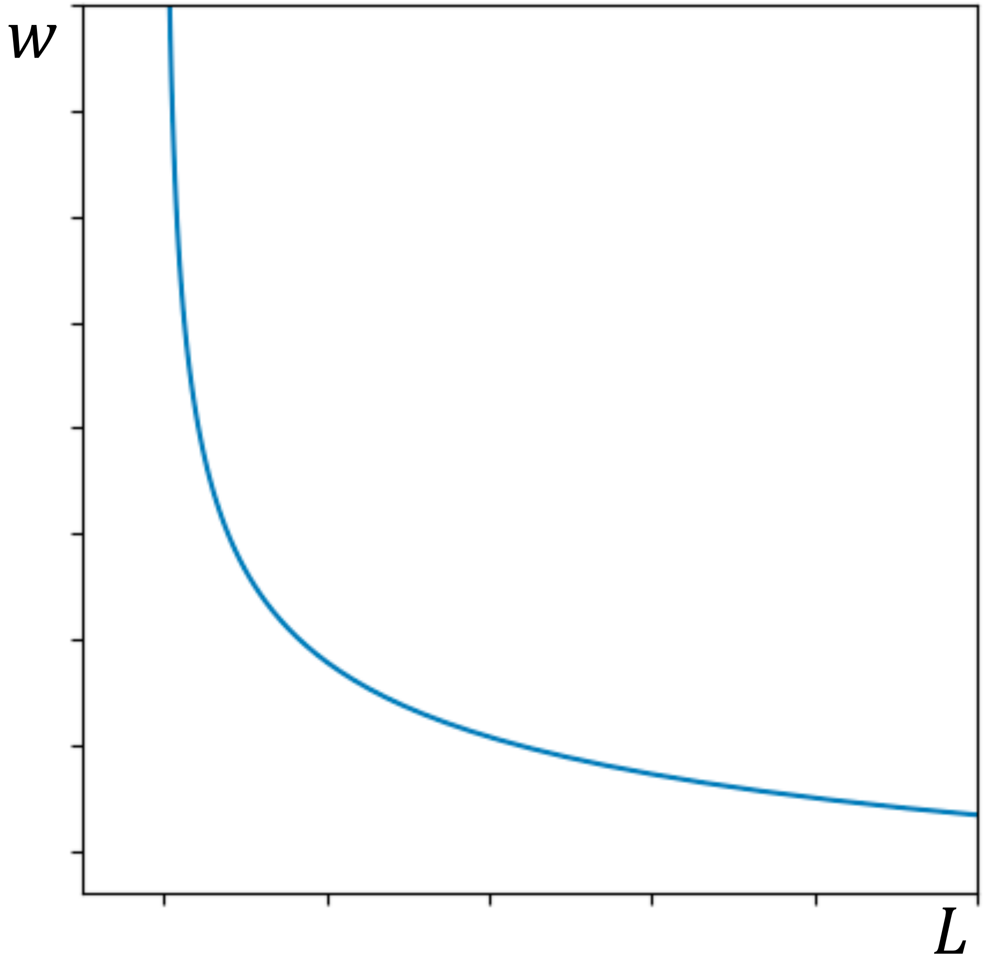
これが、長期の労働需要間数。

長期労働需要の導出(count.)

長期労働需要曲線

$$L = \left[\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)\frac{r}{w}\right]^{\alpha} Y$$

も、右下がりである。



短期労働需要曲線との違いは？

- Kに依存していない
- 利子率rに依存している。

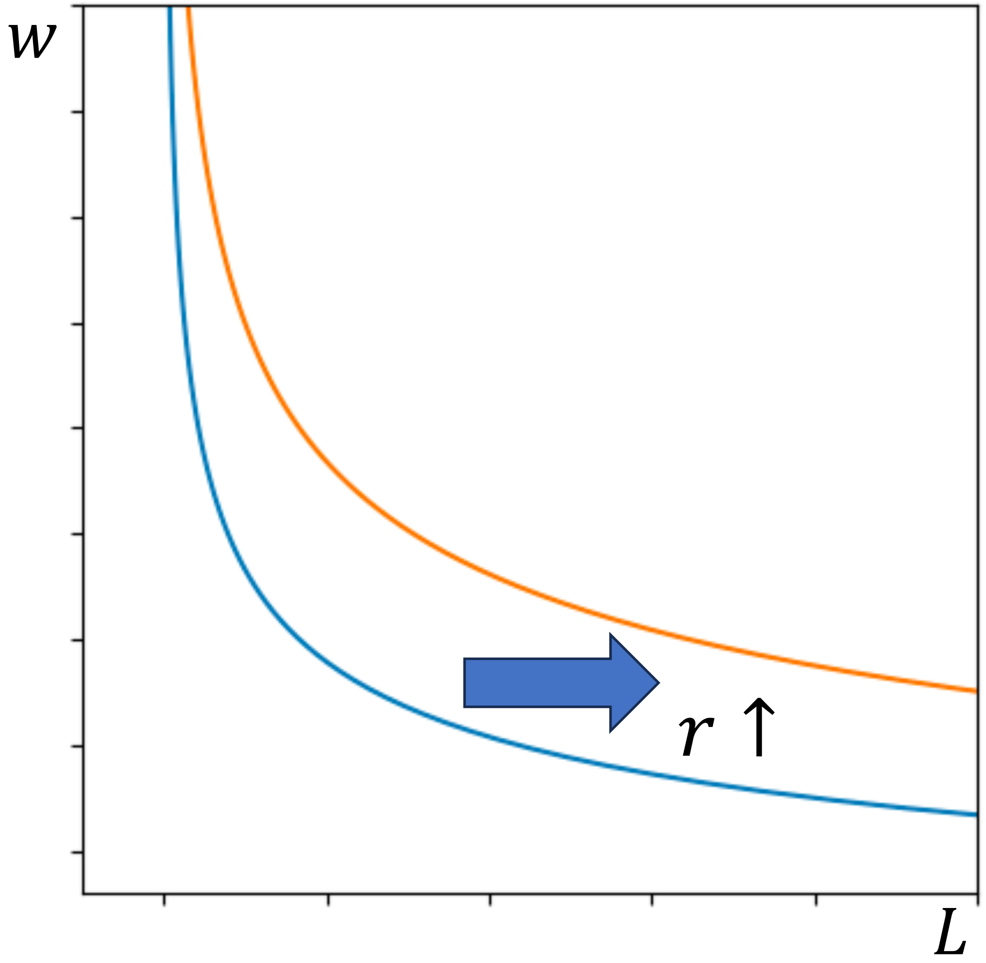
長期労働需要の導出(count.)

長期労働需要曲線

$$L = \left[\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)\frac{r}{w}\right]^{\alpha} Y$$

利子率rが変化すると、労働需要曲線も変化する。

- $r\uparrow$で、資本より労働の方が割安になって、労働需要が増える。



細かな補足

- 経済全体での労働需要関数は個別の企業の需要関数を単に足し合わせたものになるとは限らない。
    - 宮本（2018）
- 等量曲線（生産関数）が特殊な形をしている場合、労働需要が一定になったりする。
    - 清家&風神(2020)

労働需要の賃金弾力性

労働需要の賃金弾力性

賃金が変化すると、労働需要がどれほど変化するかを示したものが、

これをσで表すと、

$$\sigma = \frac{\text{労働需要の変化率}}{\text{賃金の変化率}} = \frac{\left(\frac{dL}{L}\right)}{\left(\frac{dw}{w}\right)} = \frac{dL}{dw}\frac{w}{L}$$

短期、長期で異なりうる。また、個別企業と市場全体でも異なりうる。

まとめ

- 労働需要は生産からの派生需要。
- 労働需要は、企業の費用最小化問題から導き出される。
  - ちなみに利潤最大化問題からでも導ける。
  - 長期と短期で異なる導出方法。

問い

1. 企業の生産関数が $F(L,K)=K^{0.5}(AL)^{0.5}$ であるとき、次の問に答えよ。ただし、Aは労働生産性を表すパラメータである。
   a. 短期の労働需要関数を求め、図示せよ。
   b. 長期の労働需要関数を求め、図示せよ。
   c. 労働生産性が上昇したとき、労働需要関数はどのように変化するか、短期と長期のそれぞれについて図を用いて答えよ。
   d. 利子率が上昇したとき、労働需要はどのように変化するか、短期と長期のそれぞれについて図を用いて答えよ。また、短期と長期の労働需要関数に違いがある場合、それはなぜか、答えよ。

補論：最適需要
長期のケース

最適労働需要、資本需要

L^*, K^*は、生産量(Y)に依存して決まる。

この関係を

$$L^* = L^*(Y), \qquad K^* = K^*(Y)$$

と書こう。

このとき、生産費用も生産量の関数になるので

$$C(Y) = wL^*(Y) + rK^*(Y)$$

これを、総費用関数と呼ぶ。

利潤関数の変形

利潤関数は

$$\pi(Y) = PY - C(Y)$$

と書き換えられる。
利潤を最大にする生産量は、

$$\frac{\partial\pi}{\partial Y} = P - \frac{dC(Y)}{dY} = 0$$

$$P = MC, \qquad \left(MC = \frac{dC(Y)}{dY}\right)$$

つまり価格＝限界費用となるように生産量を決めている。
それに従って、L^*, K^*が決定する。